

$$\sum M_B = 0 \quad 15 \cdot 2.5 + 10 \cdot 3 \cdot 1.5 + 10 \cdot 5 - V_E \cdot 7.5 = 0 \quad V_E = 17.667 \text{ kN}$$

$$\sum M_E = 0 \quad 15 \cdot 10 + V_B \cdot 7.5 - 10 \cdot 3 \cdot 6 - 10 \cdot 2.5 = 0 \quad V_B = 7.333 \text{ kN}$$

$$\text{spr. } \bar{z}_y = 0 \quad 15 + 7.333 - 10 \cdot 3 - 10 + 17.667 = 0 \quad L = P$$

$$\frac{7.667}{x} = \frac{22.333}{3 - x}$$

$$23 - 7.667x = 23.333x$$

$$x = 0.742$$

$$M_{\max} = 62.71 \text{ kNm}$$

warunek wytrzymałości

$$\sigma_{\max} \leq f_d$$

$$\frac{M_{\max}}{W_x} \leq 195 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow W_x \geq \frac{62.71 \cdot 10^3}{195 \cdot 10^6}$$

$$W_x \geq 3.2159 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$W_x \geq 321.59 \text{ cm}^3$$

dobieram IPN240 $W_x = 354 \text{ cm}^3$

$$J_x = 4250 \text{ cm}^4$$

$$EI = (200 \cdot 10^9 \cdot 4250 \cdot 10^{-8}) \cdot 10^{-3} = 8500 \text{ [kNm}^2\text{]}$$

$$M(x) = 15x + 7,333(x-2,5) - 10 \cdot \frac{1}{2}(x-2,5)^2 + 10 \cdot \frac{1}{2}(x-5,5)^2 - \\ - 10(x-7,5) + 17,667 \cdot (x-10)$$

$$EJw'' = -M(x)$$

$$EJw'' = -15x - 7,333(x-2,5) + 5(x-2,5)^2 - 5(x-5,5)^2 + 10(x-7,5) - \\ - 17,667(x-10)$$

$$EJw' = -7,5x^2 - \frac{7,333}{2}(x-2,5)^2 + \frac{5}{3}(x-2,5)^3 - \frac{5}{3}(x-5,5)^3 + \\ + 5 \frac{10}{3}(x-7,5)^2 - \frac{17,667}{2}(x-10)^2 + C$$

$$EJw = -2,5x^3 - \frac{7,333}{6}(x-2,5)^3 + \frac{5}{12}(x-2,5)^4 - \frac{5}{12}(x-5,5)^4 + \\ + \frac{5}{3}(x-7,5)^3 - \frac{17,667}{6}(x-10)^3 + Cx + D$$

$$\left. \begin{array}{l} w(2,5) = 0 \\ w(10) = 0 \end{array} \right\} \text{warunki brzegowe}$$

$$\begin{cases} -2,5 \cdot 2,5^3 - \frac{7,333}{6} \cdot 0 + \frac{5}{12} \cdot 0 + 2,5 \cdot C + D = 0 \\ -2,5 \cdot 10^3 - \frac{7,333}{6} \cdot 7,5^3 + \frac{5}{12} \cdot 7,5^4 - \frac{5}{12} \cdot 4,5^4 + \frac{5}{3} \cdot 2,5^3 + 10C + D = 0 \end{cases}$$

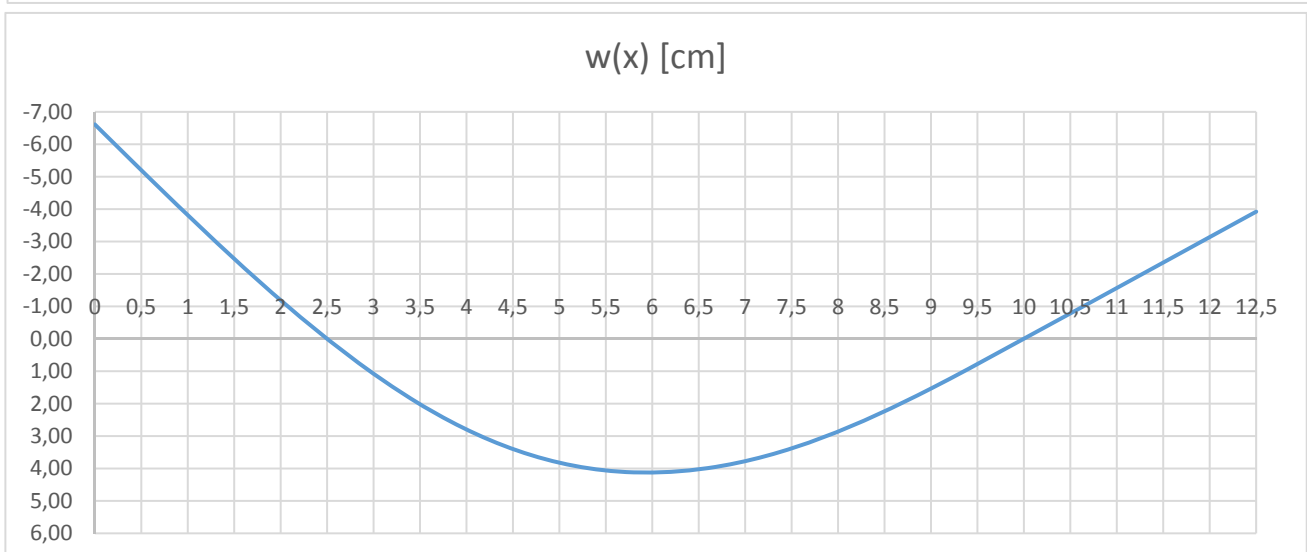
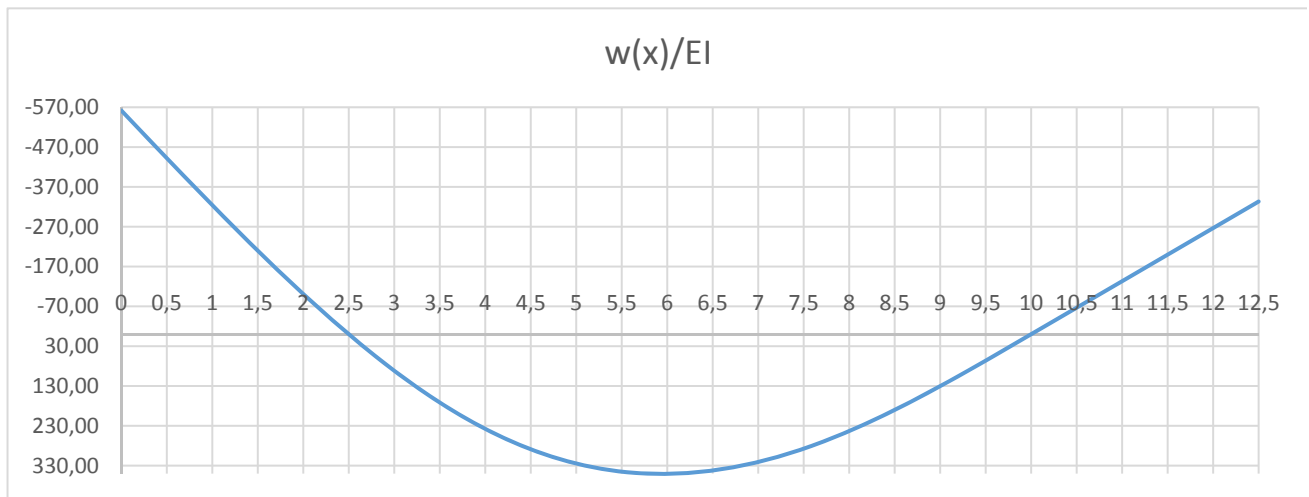
$$D = 39,0625 - 2,5C$$

$$-1842,1 + 10C + 39,0625 - 2,5C = 0 \Rightarrow \begin{array}{l} C = 240,405 \\ D = -561,95 \end{array}$$

Linia ugięcia belki

x	w(x)/EI	w(x) [cm]
0	-561,95	-6,61
0,2	-513,89	-6,05
0,4	-465,95	-5,48
0,6	-418,25	-4,92
0,8	-370,91	-4,36
1	-324,05	-3,81
1,2	-277,78	-3,27
1,4	-232,24	-2,73
1,6	-187,54	-2,21
1,8	-143,80	-1,69
2	-101,14	-1,19
2,2	-59,68	-0,70
2,4	-19,54	-0,23
2,5	0,00	0,00
2,6	19,16	0,23
2,8	56,27	0,66
3	91,64	1,08
3,2	125,11	1,47
3,4	156,55	1,84
3,6	185,85	2,19
3,8	212,91	2,50
4	237,65	2,80
4,2	260,01	3,06
4,4	279,92	3,29
4,6	297,36	3,50
4,8	312,30	3,67
5	324,75	3,82
5,2	334,72	3,94
5,4	342,24	4,03
5,5	345,09	4,06
5,6	347,35	4,09
5,8	350,11	4,12
6	350,58	4,12
6,2	348,82	4,10
6,4	344,90	4,06
6,6	338,88	3,99
6,8	330,81	3,89
7	320,77	3,77
7,2	308,80	3,63
7,4	294,97	3,47
7,5	287,38	3,38
7,6	279,35	3,29
7,8	262,03	3,08
8	243,16	2,86
8,2	222,88	2,62
8,4	201,32	2,37

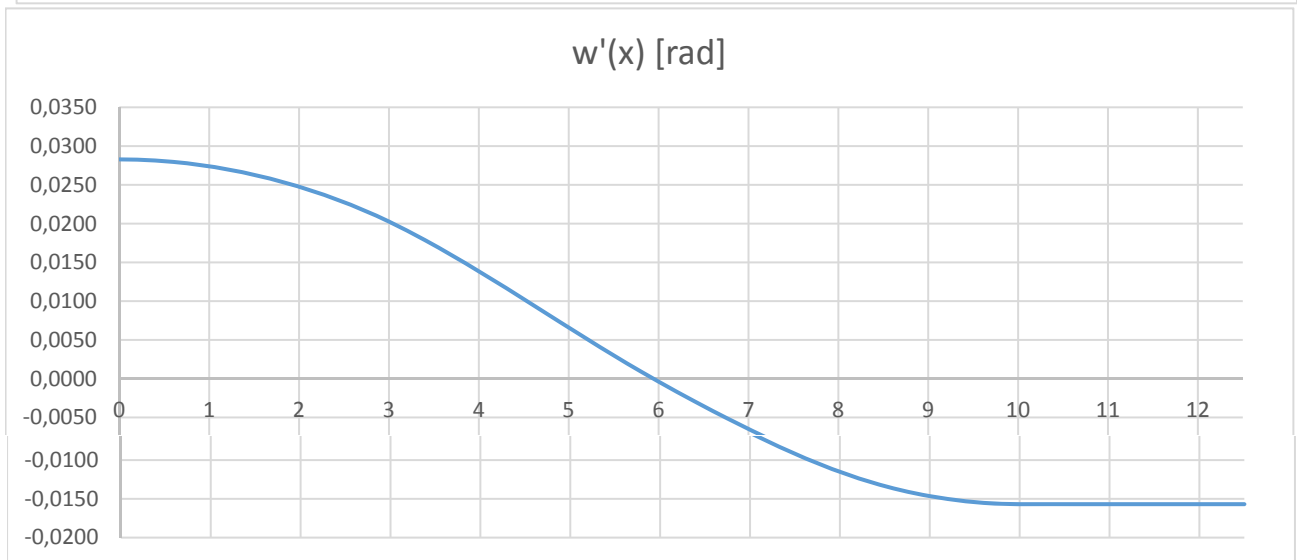
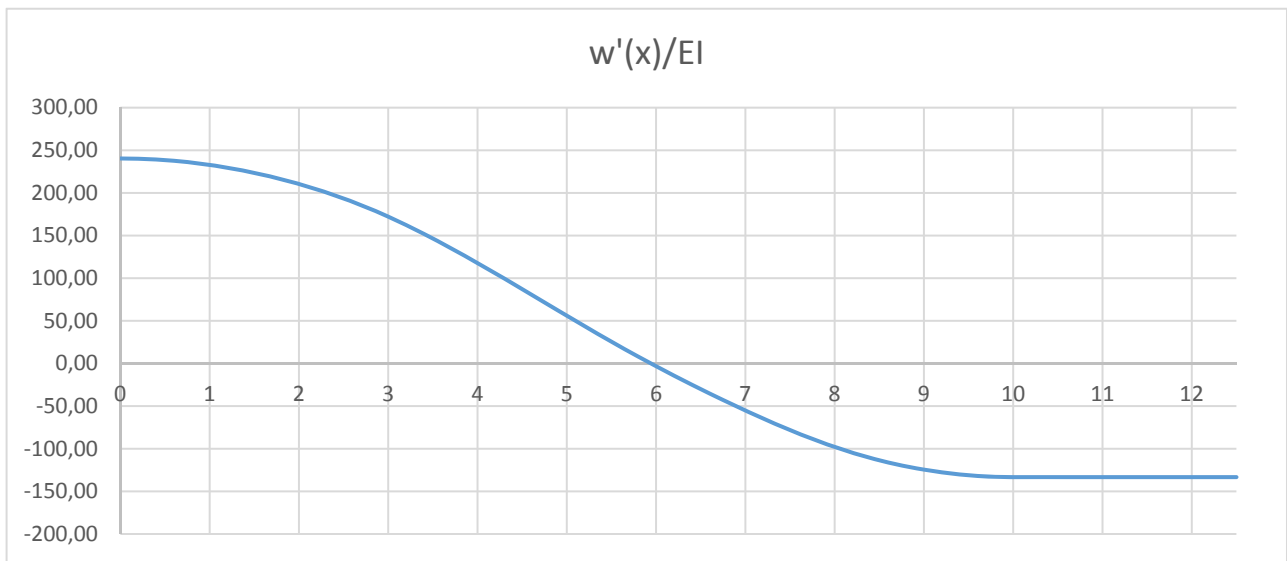
8,6	178,63	2,10
8,8	154,96	1,82
9	130,43	1,53
9,2	105,20	1,24
9,4	79,41	0,93
9,6	53,19	0,63
9,8	26,68	0,31
10	0,04	0,00
10,2	-26,63	-0,31
10,4	-53,29	-0,63
10,6	-79,96	-0,94
10,8	-106,63	-1,25
11	-133,29	-1,57
11,2	-159,96	-1,88
11,4	-186,63	-2,20
11,6	-213,29	-2,51
11,8	-239,96	-2,82
12	-266,63	-3,14
12,2	-293,29	-3,45
12,4	-319,96	-3,76
12,5	-333,29	-3,92

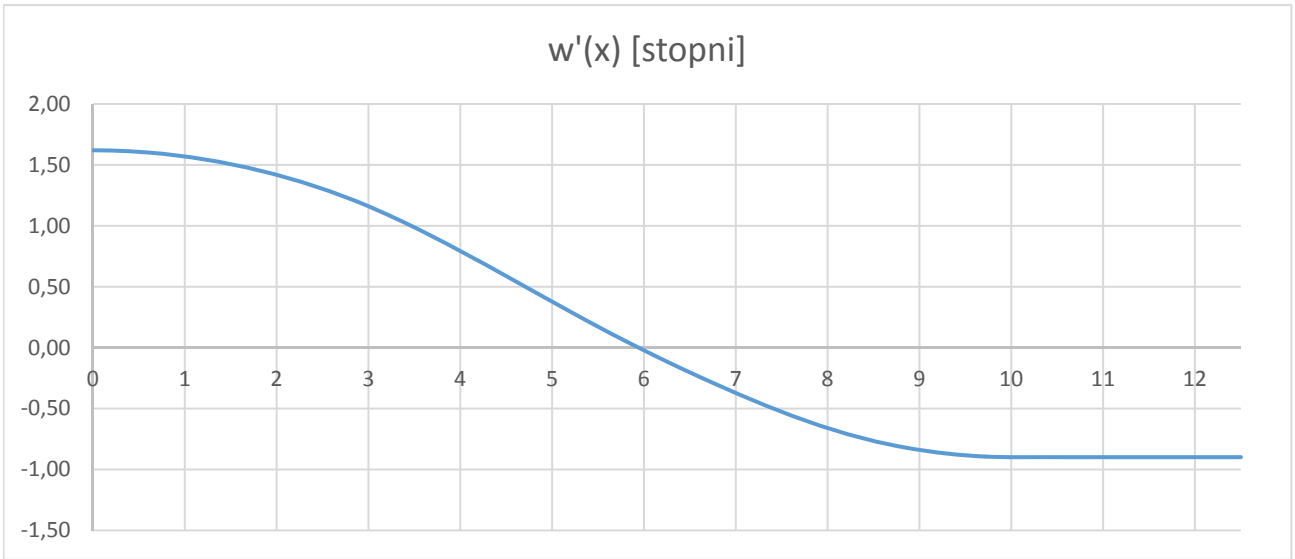
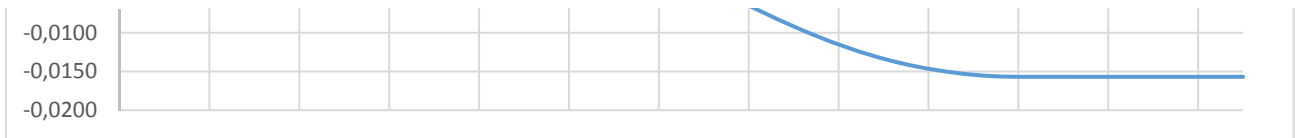


Linia kąta obrotu

x	$w'(x)/EI$	$w'(x)$ [rad]	$w'(x)$ [stopni]
0	240,41	0,0283	1,62
0,2	240,11	0,0282	1,62
0,4	239,21	0,0281	1,61
0,6	237,71	0,0280	1,60
0,8	235,61	0,0277	1,59
1	232,91	0,0274	1,57
1,2	229,61	0,0270	1,55
1,4	225,71	0,0266	1,52
1,6	221,21	0,0260	1,49
1,8	216,11	0,0254	1,46
2	210,41	0,0248	1,42
2,2	204,11	0,0240	1,38
2,4	197,21	0,0232	1,33
2,5	193,53	0,0228	1,30
2,6	189,67	0,0223	1,28
2,8	181,32	0,0213	1,22
3	172,20	0,0203	1,16
3,2	162,38	0,0191	1,09
3,4	151,95	0,0179	1,02
3,6	140,99	0,0166	0,95
3,8	129,57	0,0152	0,87
4	117,78	0,0139	0,79
4,2	105,70	0,0124	0,71
4,4	93,40	0,0110	0,63
4,6	80,97	0,0095	0,55
4,8	68,49	0,0081	0,46
5	56,03	0,0066	0,38
5,2	43,68	0,0051	0,29
5,4	31,52	0,0037	0,21
5,5	25,53	0,0030	0,17
5,6	19,62	0,0023	0,13
5,8	8,03	0,0009	0,05
6	-3,26	-0,0004	-0,02
6,2	-14,24	-0,0017	-0,10
6,4	-24,91	-0,0029	-0,17
6,6	-35,28	-0,0042	-0,24
6,8	-45,34	-0,0053	-0,31
7	-55,09	-0,0065	-0,37
7,2	-64,54	-0,0076	-0,44
7,4	-73,68	-0,0087	-0,50
7,5	-78,13	-0,0092	-0,53
7,6	-82,46	-0,0097	-0,56
7,8	-90,59	-0,0107	-0,61
8	-98,01	-0,0115	-0,66

8,2	-104,72	-0,0123	-0,71
8,4	-110,73	-0,0130	-0,75
8,6	-116,03	-0,0137	-0,78
8,8	-120,62	-0,0142	-0,81
9	-124,50	-0,0146	-0,84
9,2	-127,68	-0,0150	-0,86
9,4	-130,16	-0,0153	-0,88
9,6	-131,92	-0,0155	-0,89
9,8	-132,98	-0,0156	-0,90
10	-133,34	-0,0157	-0,90
10,2	-133,34	-0,0157	-0,90
10,4	-133,33	-0,0157	-0,90
10,6	-133,33	-0,0157	-0,90
10,8	-133,33	-0,0157	-0,90
11	-133,33	-0,0157	-0,90
11,2	-133,33	-0,0157	-0,90
11,4	-133,33	-0,0157	-0,90
11,6	-133,33	-0,0157	-0,90
11,8	-133,33	-0,0157	-0,90
12	-133,33	-0,0157	-0,90
12,2	-133,33	-0,0157	-0,90



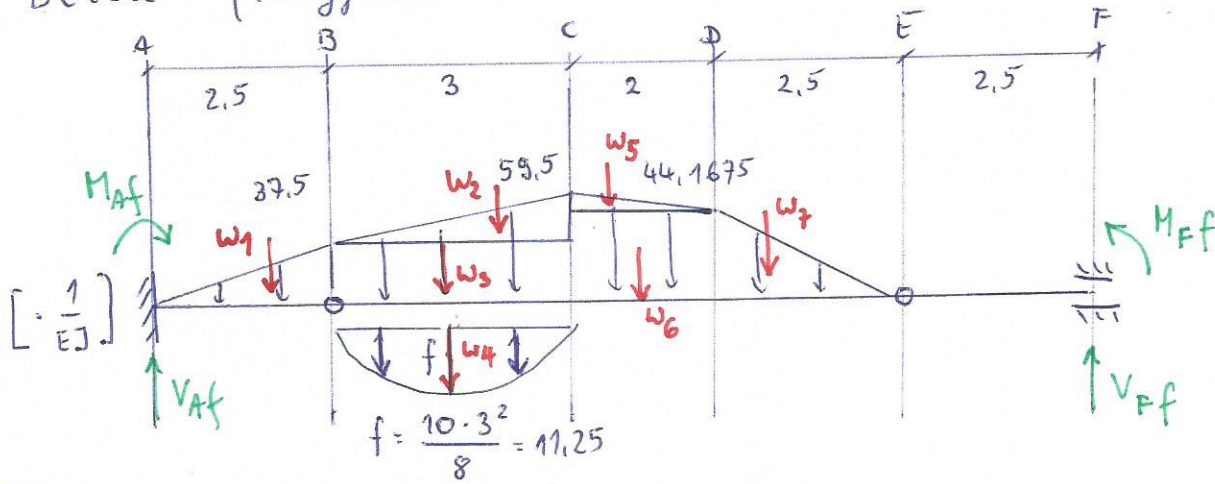


Punkty charakterystyczne metoda Clebsha

w/EI	w'/EI
w(0)= -561,95	w'(0)= 240,41
w(2,5)= 0	w'(2,5)= 193,53
w(5,5)= 345,09	w'(5,5)= 25,53
w(7,5)= 287,38	w'(7,5)= -78,13
w(10)= 0	w'(10)= -133,34
w(12,5)= -333,29	w'(12,5)= -133,33

Metoda Mohra

belka fikcyjna



w/EJ

$$w_1 = \frac{1}{2} \cdot 37.5 \cdot 2.5 = 46.875$$

$$w_2 = \frac{1}{2} \cdot (59.5 - 37.5) \cdot 3 = 33$$

$$w_3 = 37.5 \cdot 3 = 112.5$$

$$w_4 = \frac{2}{3} \cdot 11.25 \cdot 3 = 22.5$$

$$w_5 = \frac{1}{2} \cdot (59.5 - 44.1675) \cdot 2 = 15.3325$$

$$w_6 = 44.1675 \cdot 2 = 88.335$$

$$w_7 = \frac{1}{2} \cdot 44.1675 \cdot 2.5 = 55.21$$

$$\sum M_B^L = 0 \quad M_{Af} + V_{Af} \cdot 2.5 - 46.875 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2.5 = 0$$

$$M_{Af} = 39.0625 - 2.5 V_{Af}$$

$$\sum M_E^L = 0 \quad M_{Af} + V_{Af} \cdot 10 - 46.875 \left(7.5 + \frac{1}{3} \cdot 2.5 \right) - 33 \left(4.5 + \frac{1}{3} \cdot 3 \right) -$$

$$- 112.5 \cdot 6 - 22.5 \cdot 6 - 15.3325 \cdot \left(2.5 + \frac{2}{3} \cdot 2 \right) -$$

$$- 88.335 \cdot 3.5 - 55.21 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2.5 = 0$$

$$39.0625 - 2.5 V_{Af} - 1572.09 + 10 V_{Af} = 0$$

$$1842.09$$

$$240.4 \text{ EJ}$$

$$V_{Af} = 204.4$$

$$M_{Af} = -561.94 \text{ EJ}$$

$$\sum y = 0 \quad 240,4 - 46,875 - 33 - 112,5 - 22,5 - 15,3325 -$$

$$- 88,335 - 55,21 + V_F f = 0$$

$$V_F f = 133,35 \text{ |EJ}$$

$$\sum M_E^P = 0 \quad - V_F f \cdot 2,5 - M_F f = 0 \quad M_F f = - 333,83$$

Punkty charakterystyczne metoda Mohra

$$w(0) = M_f^L(0) = M_{Af} = - 561,94 \text{ |EJ}$$

$$w(2,5) = M_f^L(2,5) = 0$$

$$w(5,5) = M_f^L(5,5) = 240,4 \cdot 5,5 - 561,94 - 46,875 \left(3 + \frac{1}{3} \cdot 2,5\right) -$$

$$- 33 \cdot 1 - 112,5 \cdot 1,5 - 22,5 \cdot 1,5 = 345,07 \text{ |EJ}$$

$$w(7,5) = M_f^P(7,5) = - 55,21 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2,5 + (- 333,83) + 133,35 \cdot 5 =$$

$$= 286,91 \text{ |EJ}$$

$$w(10) = M_f^P(10) = 0 \quad w(12,5) = M_f^P(12,5) = - 333,83 \text{ |EJ}$$

$$w'(0) = V_f^L(0) = V_{Af} = 240,4 \text{ |EJ}$$

$$w'(2,5) = 240,4 - 46,875 = 193,53 \text{ |EJ}$$

$$w'(5,5) = 240,4 - 46,875 - 33 - 112,5 - 22,5 = 25,53 \text{ |EJ}$$

$$w'(7,5) = 55,21 - 133,35 = - 78,14$$

$$w'(10) = - 133,35$$

$$w'(12,5) = - 133,35$$